

Name:

19.06.2017

Mathematik Klausur LGS, Vektoren, Optimierungsaufgaben

1. Berechne: je (1P)

a. $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

b. $\vec{u} = 4 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix}$

c. $\vec{r} = 2 \cdot \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right] - \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$

d. $s = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right]$

2. Löse die linearen Gleichungssysteme. Je (3P)

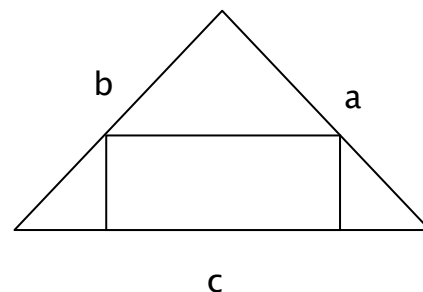
a.
$$\begin{aligned} 4x + 2y + 2z &= 8 \\ -2x + 2y + 2z &= -4 \\ x + 2y + 3z &= 3 \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} a + 2b + 13c &= 0 \\ a + b + 10c &= 0 \\ 2a + 3b + 23c &= 0 \end{aligned}$$

3. Welches Rechteck mit dem Umfang 30 cm hat die kürzeste Diagonale? Berechne die Länge und Breite des Rechtecks und die Länge der Diagonalen. (5P)

4. Aus einer Holzplatte (siehe Abbildung rechts), die die Form eines gleichschenkligen Dreiecks mit den Seiten $c=60\text{cm}$, $a=b=50\text{cm}$ hat, soll ein rechteckiges Brett mit möglichst großer Fläche herausgeschnitten werden.

Berechne die Länge und Breite, sowie die Fläche des Brettes. Wie viel Prozent Abfall ergibt sich dabei? (5P)



Summe der Punkte= 20 Punkte

Viel Erfolg !

L ö s u n g

1. Berechnen Sie:

$$\text{a. } \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{b. } \vec{u} = 4 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c. } \vec{r} = 2 \cdot \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right] - \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d. } \vec{s} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2. Lösung des LGS

a. $x=2 \quad y=-1 \quad z=1$

b. Es gibt unendlich viele Lösungen: $x=-7\lambda \quad y=-3\lambda \quad z=\lambda$

3. Diagonale: $d^2(x) = x^2 + (15-x)^2 = 2x^2 - 30x + 225$

$$d^2(x)' = 4x - 30 \quad \rightarrow x=7,5$$

$$a=7,5\text{cm} \quad b=7,5\text{cm}$$

$$d = \sqrt{2} \cdot 7,5 \approx 10,6$$

4. Holzplatte

$$A = a \cdot b = (60 - 2x) \cdot x \cdot \frac{4}{3} = -\frac{8}{3}x^2 + 80x$$

$$A' = -\frac{16}{3}x + 80 \quad \rightarrow x=15$$

Fläche Rechteck=600FE

Gesamtfläche=1200FE

\rightarrow 50% Abfall.