

## Stochastik LK Klausur S4

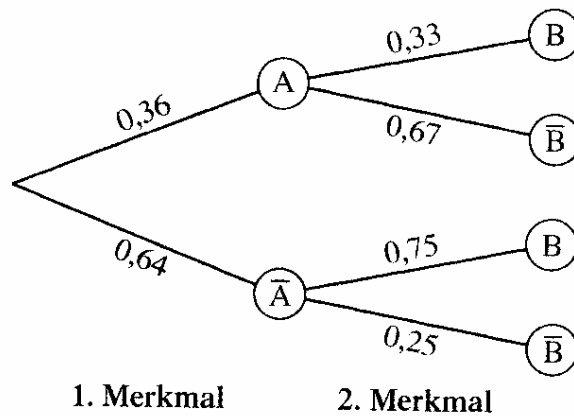
1. Gute Passwörter sind solche, welche man nicht erraten kann. Man kann aber auch die so genannte Brute-force Methode anwenden um sie zu knacken. Man probiert einfach alle Möglichkeiten die es gibt aus. Wie viele Möglichkeiten gibt es bei einem 6-Stelligen Passwort
  - a. aus Ziffern? (1P)
  - b. aus Buchstaben, wobei Groß- und Kleinschreibung keine Rolle spielt? (1P)
  - c. aus Buchstaben, mit Unterscheidung von Groß- und Kleinbuchstaben? (1P)
  - d. aus Zahlen und Buchstaben, mit Unterscheidung von Groß- und Kleinbuchstaben? (1P)
  - e. Wie lange braucht man zum knacken per Brute-Force von d) wenn man je Test je Passwort eine Millisekunde braucht? (1P)
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit beim Lotto *6 aus 49* einen 3er mit Zusatzzahl zu tippen. (3P)
3. Berechnen Sie den Erwartungswert des Augenproduktes beim 2-fachen Würfelwurf. (4P)
4. Beim Zahlenlotto 6 aus 49 kann man bei jedem Tipp  $k$  Richtige haben. (4P)

Für die Zufallsgröße  $X$ : Anzahl der richtigen gilt: 
$$P(X = k) = \frac{\binom{43}{6-k} \cdot \binom{6}{k}}{\binom{49}{6}}, k=0,1, \dots, 6$$

Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße  $X$ , d.h. wie viele Richtige kann man im Mittel pro Tipp erwarten?

5. Bei einem Dopingtest sind 100 von 2500 Athleten gedopt. Jedem Sportler wird nach dem Wettkampf eine Probe entnommen. Die Sensitivität des Test, also die Wahrscheinlichkeit, dass ein gedopter Sportler eine positiven Test erhält 90%. Die Spezifität des Test, also dass ein unschuldiger Sportler einen negativen Test erhält beträgt 95%. Runden Sie auf 4 Nachkommastellen.
  - a. Erzeugen Sie eine Vierfeldertafel für die A-Probe. (4P)
  - b. Wie viel Prozent der sauberen Sportler erhalten nach der A-Probe einen Positiven Test und werden somit zu unrecht verurteilt? (2P)
  - c. Wie viel Prozent der Sportler die einen pos. Test bekommen sind tatsächlich gedopt? (2P)
  - d. Wie viel Prozent der Sportler die einen neg. Test bekommen sind tatsächlich sauber? (2P)

6. Ein Buch soll Fehler korrigiert werden. Person A korrigiert 60% der Fehler und behebt diese. Person B findet 40% der übrigen Fehler und behebt diese. Wie viel Prozent der anfänglichen Fehler sind nach Person B noch vorhanden? (3P)
7. Dargestellt ist ein Baumdiagramm mit zwei Merkmalen. Erstellen Sie das umgekehrte Baumdiagramm. (4P)



Viel Erfolg!

$$\sum VP = 33VP$$

# L Ö S U N G

## 1. Passwörter

- $N = 10^6$
- $N = (26)^6 \approx 3 \cdot 10^8$
- $N = (26 \cdot 2)^6 \approx 2 \cdot 10^{10}$
- $N = (26 \cdot 2 + 10)^6 \approx 6 \cdot 10^{10}$
- $6 \cdot 10^{10}$  Millisekunden sind  $6 \cdot 10^7$  Sekunden das sind 1,8 Jahre etwa, bzw. 1 Jahr und 292 Tage.

*Anmerkung von Sven Schwermer:*

„Natürlich dauert das Brute-Force-Knacken in weit über 99% der Fälle nicht annähernd so lange. Geht man davon aus, dass der Algorithmus alle Möglichkeiten systematisch durchgeht und wir zur Einfachheit halber von einem einfachen Zahlenschloss ausgehen (Aufgabenteil 1a) wird das deutlich, denn ist unwahrscheinlich, dass das Schloss gerade die „letzte“ Kombination (999 999) hat. Wenn das Schloss Beispiels weise die Kombi (100 000) hat, geht das Knacken im Zehntel der Zeit.“

$$2. P(\text{3er mit Zusatzzahl}) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{42}{2}}{\binom{49}{6}} \approx 0,001 = 0,1\%$$

## 3. Würfelwurf

Man entnimmt einer Tabelle die Produkte die auftreten können. Da alle Kombinationen gleich wahrscheinlich sind, kann man durch die Anzahl teilen.

$$E(X) = \frac{441}{36} = 12,25$$

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Spalten Summe

Summe Gesamt

21 42 63 84 105 126

441

$$4. P(X=0) = \frac{\binom{43}{6-0} \cdot \binom{6}{0}}{\binom{49}{6}} \approx 0,436$$

$$P(X=1) \approx 0,413; \quad P(X=2) \approx 0,132; \quad P(X=3) \approx 0,0177;$$

$$P(X=4) \approx 0,001; \quad P(X=5) \approx 0; \quad P(X=6) \approx 0$$

$$E(X) = \sum_{i=0}^6 X_i \cdot P_i \approx 0 \cdot 0,436 + 1 \cdot 0,413 + 2 \cdot 0,132 + 3 \cdot 0,0177 + 4 \cdot 0,001 = 0,734$$

D.h. im Mittel sind 0,734 Zahlen von den 6 Möglichen richtig.

## 5. Doping

a.

	Pos. Test	Neg. Test	Gesamt
Gedopt	0,036	0,004	0,04
Sauber	0,048	0,912	0,96
Gesamt	0,084	0,916	1

b. 5% Der sauberen Sportler erhalten einen pos. Test

c. nur 42,9% von den pos. getesteten sind tatsächlich gedopt

d. 99,6% von den neg. gestesteten sind tatsächlich sauber

6.  $0,6 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,76 \rightarrow$  Es sind noch 24% der anfänglichen Fehler vorhanden.

## 7. Umgekehrtes Baumdiagramm

