25.05.2011

Klausur grundlegendes Niveau Nr.3

0. Eine gut funktionierende Volkswirtschaft braucht immer ein bisschen Inflation der Währung mit der sie handelt. Die Gründe sind vielfältig und komplex. Zusammenhänge mit der Arbeitslosigkeit, Einkommensverteilung, Staatsentschuldung werden postuliert.
   Was kostete ein Brot 1960? Geben Sie bei Ihren Berechnungen den Preis für ein Brot heute und den vorausgesetzten Inflationswert an. Rechnen Sie exakt, keine Schätzung. (2P)

1. Geben Sie zwei zu $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$ senkrechte Vektoren an. (2P)

2. Geben Sie einen zu $\vec{v}=\begin{pmatrix}0\\4\\-3\end{pmatrix}$ parallelen Vektor mit der Länge Eins an. (2P)

3. Eine Gerade sei durch $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}2\\3\\-9\end{pmatrix}$ gegeben

   a. Geben Sie eine Parameterdarstellung einer zu g parallelen, aber nicht identischen Gerade an. (1P)
   b. Geben Sie einen Punkt an, welcher auf der Geraden g liegt. (1P)
   c. Geben Sie eine Parameterdarstellung einer zu g senkrechten Geraden an. (1P)
   d. Bestimmen Sie den Schnittpunkt mit der x_1-Achse. (2P)
      Hinweis: Auf der x_1-Achse liegen Punkte der Form $P(x_1/0/0)$.

4. Bestimmen Sie die gegenseitige Lage von g und h und bestimmen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt der Geraden.

   a. $h:\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\4\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}3\\2\\-5\end{pmatrix}$; $k:\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\-5\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix}$ (4P)

5. Berechne den Abstand von Punkt P=(1/−2/2) zu der Geraden $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}-4\\1\\2\end{pmatrix}$ (5P)

Viel Erfolg! $\sum = 18P$

L Ö S U N G

0. Sagen wir ein Brot kostet heute 2,50 Euro. Die Inflation der letzten Jahrzehnte etwa 2,5% im Mittel. Dann Ergibt sich $P_{1960} \cdot 1{,}025^{48} = P_{2008} \rightarrow P_{1960} = \frac{P_{2008}}{1{,}025^{48}} = \frac{2{,}50}{3{,}27} \approx 0{,}76$ Ein Brot hat 1960 also etwa 76 Cent gekostet.

1. Es gibt unendliche viele senkrechte Vektoren, z.B. $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. $\vec{w} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{4}{5} \\ \frac{-3}{5} \end{pmatrix}$ ist, man sagt normiert auf die Länge Eins.

3. Geraden
   a. Parallel heißt, die Richtungsvektoren sind linear abhängig. Nicht identisch heißt, der Stützvektor muss ein anderen sein. z.B. $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$
   b. Für Lambda=1 ergibt sich P(4/4/−12)
   c. Senkrechte Gerade → Das Skalarprodukt der Richtungsvektoren muss Null ergeben. So ergibt sich zum Beispiel: $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$
   d. Lambda muss folge Gleichung erfüllen: $\begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -9 \end{pmatrix} \rightarrow \lambda = -\frac{1}{3} \rightarrow x_1 = \frac{4}{3}$

      Der Schnittpunkt ergibt sich zu $S\left(\frac{4}{3}/0/0\right)$

4. Gleichsetzen der Parameterdarstellungen ergibt eine Lösung für Lambda=−1 und Mü=2. Die Geraden schneiden sich demnach im Punkt S(1/2/5)

5. Abstand Punkt Gerade
   a. $\lambda = \frac{3}{7}$ $\quad Q\left(\frac{9}{7}/\frac{10}{7}/\frac{6}{7}\right)$ $\quad \left|\overrightarrow{PQ}\right| = \sqrt{\frac{92}{7}} \approx 3{,}625$